BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2010

FİZİKA

PAYLANMA ƏMSALI VAHİDDƏN KİÇİK OLDUQDA İLKİN ƏRİDİLMİŞ ZONANIN XƏLİTƏNİN SONUNDA YARADILMASI

V.İ.TAHİROV*, Ə.F.QULİYEV, S.S.LƏTİFOVA**, N.F.QƏHRƏMANOV****

****Bakı Dövlət Universiteti,***

***Sumqayıt Dövlət Universiteti*

n_gahramanov@mail.ru

İşdə ilkin xəlitə zona əritməyə uğradılarkən başlanğıc əridilmiş zonanın, paylanma əmsalı (k) vahiddən kiçik olan hal üçün, sonda yaradılması araşdırılmışdır. Proses iki kristallaşma mərhələsindən keçdiyi üçün tərkib paylanmasının tapılması iki müxtəlif başlanğıc şərti daxilində kəsilməzlik tənliyinin həllini tələb edir. Bunun üçün əvvəlcə ilkin əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyasını hesablamaq lazım gəlir. Xəlitə boyunca tam tərkib paylanması hər iki həllin bir-birinə «tikilməsi» ilə əldə edilir. Misal olaraq $\mathrm{Ge-In}$ *binar sistemi götürülmüş və xəlitənin əsas hissəsində tərkibin sabit qaldığı müəyyən edilmişdir. Bu cür qidalandırıcının tətbiqi sabit tərkibli monokristalın yetişdirilməsi üçün olduqca əlverişlidir.*

Paylanma əmsalı (k) vahiddən kiçik olduqda ilkin ərimiş zonanı xəlitənin hansı ucunda yaratmaqdan asılı olaraq iki variant mümkündür. Əvvəlcə başlanğıc əridilmiş zonanın xəlitənin son ucunda yaradılması halına baxaq. Bu hal üçün ilkin xəlitə boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanunu belə ifadə olunur [1]:

$$C_k(t) = kC_0\left(\frac{\upsilon t}{L}\right)^{k-1} \tag{1}$$

Burada L - Bricmen üsulu ilə alınmış xəlitənin ümumi uzunluğu, $\mathrm{C_o}$ - onda ikinci komponentin orta konsentrasiyası, v - onun kristallaşma sürətidir. Bu halda əridilmiş ilkin zonada ikinci komponentin başlanğıc konsentrasiyası ümumi şəkildə belə təyin olunur [1]:

$$\mathrm{C_z}(0) = \mathrm{C_o}\left(\frac{\ell}{\mathrm{L}}\right)^{\mathrm{k}-1} \tag{2}$$

$k < 1$ olan binar sistem kimi $Ge - In$ sistemini götürə bilərik. Bu halda indiumun Ge-da paylanma əmsalı $k = 0{,}001$-dir [2]. $Ge - In$ sistemi üçün, [1]-dən məlum olduğu kimi, kəsilməzlik tənliyinin həllini ümumi şəkildə belə alarıq:

$$C_ə(t) = \exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{C_0\left(\frac{\ell}{kL}\right)^{k-1}\int y^{k-1}\exp y dy + A'\right\} \quad (3)$$

A' - inteqrallama sabitidir, inteqrallama dəyişəni isə belə əvəz edilmişdir:

$$y = \frac{kv}{\ell}t \quad (4)$$

Buradakı inteqralı ümumi qayda ilə analitik şəkildə ifadə etmək mümkün deyil. Ancaq araşdırmalar göstərir ki, kiçik xəta ilə onu təqribi yolla analitik şəkildə ifadə edə bilərik.

İnteqralaltı ifadə iki funksiyanın hasilindən ibarətdir: $f_1(y) = y^{k-1}$ və $f_2(y) = \exp y$. $f_2(y)$ funksiyasının qrafikini quraq. Bunun üçün υ, ℓ və L kəmiyyətlərinə də konkret qiymətlər verək: $\upsilon = 2\frac{mm}{saat}$, $\ell = 10mm$, $L = 100mm$. Burada υ - əridilmiş zonanın yerdəyişmə sürətidir.

Cədvəl 1-də arqumentin (t və ya y-in) və $f_2(y)$ funksiyasının bir sıra qiymətləri verilmişdir.

Burada araşdırdığımız təcrübi şəraitdə prosesin sona çatması üçün $t_{\max} = \frac{100}{2}saat = 50saat$ vaxt tələb edir. Cədvəl 1 və şəkil 1-dən göründüyü kimi, t-nin (0; 50) saat dəyişmə intervalında y- in qiyməti (0;10^{-2}) intervalında dəyişir, yəni t-nin bütün dəyişmə intervalında y vahiddən çox-çox kiçikdir ($y \ll 1$).

Cədvəl 1

$f_2(y)$ funksiyasının t-dən və y-dən asılı olaraq aldığı qiymətlər

t saat	y	$f_2(y) = \exp y$
0	0	1
1	$2\cdot10^{-4}$	1,00
10	$2\cdot10^{-3}$	1,01
20	$4\cdot10^{-3}$	1,01
30	$6\cdot10^{-3}$	1,01
40	$8\cdot10^{-3}$	1,01
50	$1\cdot10^{-2}$	1,02

Şəkildən və cədvəldən göründüyü kimi, y-in baxdığımız dəyişmə intervalında $\exp y$ funksiyası 1-lə 1,02 arasında dəyişir, yəni 1-2% xəta ilə $\exp y$ - i sabit qəbul edə bilərik. Bu o deməkdir ki, $\exp y$-i sabit kimi inteqralın qarşısına çıxara bilərik. Belə olduqda (3) – dəki inteqral asanlıqla analitik şəkildə ifadə edilə bilir. Onda (3) - dəki inteqralı belə ifadə edə bilərik (onu J_1-lə işarə edəcəyik):

$$J_1 = \int y^{k-1} \exp y dy \cong \exp y \int y^{k-1} dy = \exp y \cdot \frac{1}{k-1+1} y^{k-1+1} = \frac{1}{k} y^k \exp y \quad (5)$$

J_1 inteqralının ifadəsini (3)-də yerinə yazaq:

$$C_ə(t) = \exp(-y)\left\{ C_0 \left(\frac{\ell}{kL} \right)^{k-1} \cdot \frac{1}{k} y^k \exp y + A' \right\} \quad (6)$$

Başlanğıc şərtdən istifadə edib A' inteqrallama sabitini tapaq.

$t = 0$ (və ya $y = 0$) olduqda əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyası, artıq qeyd etdiyimiz kimi, 2 ilə ifadə olunur. $y = 0$ - da (6) – dan alarıq:

$$C_ə(0) = \frac{C_0}{k} \left(\frac{\ell}{k\ell} \right)^{k-1} \cdot 0 \cdot 1 + A'$$

Digər tərəfdən, 2 - dən

$$C_z(0) = C_ə(0) = C_ə \left(\frac{\ell}{L} \right)^{k-1}$$

alarıq.

Son iki ifadənin müqayisəsindən A'-i belə taparıq:

$$A' = C_0 \left(\frac{\ell}{L} \right)^{k-1} \quad (7)$$

A'-in qiymətini (6) – da yerinə yazaq:

$$C_ə(t) = \exp(-y)\left\{ \frac{C_0}{k} \left(\frac{\ell}{kL} \right)^{k-1} y^k \exp y + \tilde{N}_0 \left(\frac{\ell}{L} \right)^{k-1} \right\} =$$
$$= \frac{C_0}{k} \left(\frac{\ell}{kL} \right)^{k-1} \left\{ y^k + k \exp(-y) \right\} \quad 0 \le t \le \frac{L-\ell}{\upsilon} = t_1 \quad (8)$$

Zona əritmə üsulundan sonra xəlitənin $L - \ell$ uzunluğunda ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanununu belə alarıq:

$$\tilde{N}_x(t) = kC_ə(t) = k \cdot \frac{C_0}{k} \left(\frac{\ell}{kL} \right)^{k-1} \left\{ y^k + k \exp(-y) \right\} =$$
$$= C_0 \left(\frac{\ell}{kL} \right)^{k-1} \left\{ y^k + k \exp(-y) \right\} \quad 0 \le t \le t_1 = \frac{L-\ell}{\upsilon} \quad (9)$$

Əridilmiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin sonuna çatanadək (8) asılılığı doğru olacaq. Bundan sonra isə proses istiqamətlənmiş kristallizasiya rejimində həyata keçəcək.

Əridilmiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin sonuna çatdıqdan sonra kristallaşma rejimi dəyişdiyi üçün xəlitənin son ℓ uzunluğunda tərkibin paylanma qanunu da (9)-dan fərqli olacaq. Bu halda kəsilməzlik tənliyi [1]:

$$\frac{dC_ə(t)}{C_ə(t)} = \frac{(k-1)dt}{\frac{L}{\upsilon} - t} \tag{10}$$

şəklində, onun həlli isə belə olacaq:

$$C_ə(t) = A''\left(\frac{L}{\upsilon} - t\right)^{k-1}, \quad t \geq t_1 \tag{11}$$

Artıq A'' inteqrallama sabiti başqa cür ifadə olunacaq. Onu tapmaq üçün $t_1 = \frac{L-\ell}{\upsilon}$ anı üçün (8) və (11) həllərini üst-üstə salmaq lazımdır.

$t = t_1$ anında (11)-dən

$$C_ə(t_1) = A''\left(\frac{L}{\upsilon} - t_1\right)^{k-1} \tag{12}$$

(burada inteqrallama sabitini əvvəlkindən fərqləndirmək üçün onu A''-lə işarə etdik). (8) – dən də $C_ə(t_1)$- i tapaq:

$$C_ə(t_1) = \tilde{N}_0\left(\frac{\ell}{kL}\right)^{k-1}\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k + k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\} \tag{13}$$

(12) və (13) ifadələrinin sağ tərəflərini bir-birinə bərabərləşdirək:

$$A''\left(\frac{L}{\upsilon} - t_1\right)^{k-1} = \tilde{N}_0\left(\frac{\ell}{kL}\right)^{k-1}\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k + k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\}$$

Buradan A'' - i tapaq:

$$A'' = \tilde{N}_0\left(\frac{\frac{\ell}{kL}}{\frac{L}{\upsilon} - t_1}\right)^{k-1}\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k + k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\} \tag{14}$$

Burada belə sadələşdirmə aparaq:

$$\frac{\frac{\ell}{kL}}{\frac{L}{\upsilon} - t_1} = \frac{\frac{\ell}{kL}}{\frac{L}{\upsilon} - \frac{L-\ell}{\upsilon}} = \frac{\frac{\ell}{kL}}{\frac{\ell}{\upsilon}} = \frac{\upsilon}{kL} \tag{15}$$

(15)-i nəzərə alıb, (14)- ü (11)-də yerinə yazaq:

$$C_ə(t)=\tilde{N}_0\left(\frac{\upsilon}{kL}\right)^{k-1}\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k+k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\}\left(\frac{L}{\upsilon}-t\right)^{k-1}=$$

$$=\tilde{N}_0\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k+k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\}\left(\frac{L-\upsilon t}{kL}\right)^{k-1}\qquad t_1\le t\le\frac{L}{\upsilon}=t_2 \tag{16}$$

Xəlitənin son ℓ uzunluğunda ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanununu belə taparıq:

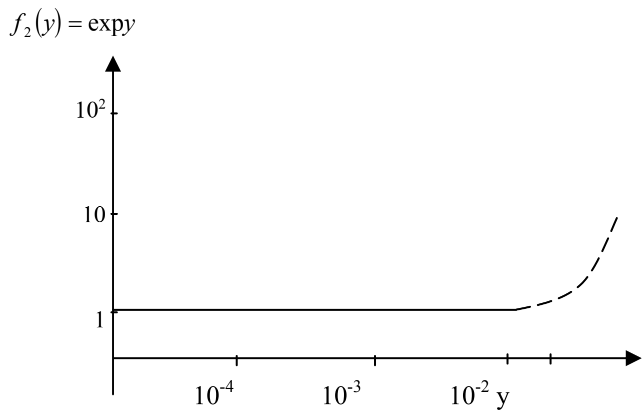
$$\tilde{N}_x(t)=kC_ə(t)=k\cdot C_0\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k+k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\}\left(\frac{k\ell}{L-\upsilon t}\right)^{1-k}\qquad t_1\le t\le t_2 \tag{17}$$

Burada $k<1$ olduğunu nəzərə alıb, son vuruqda dəyişiklik də apardıq.

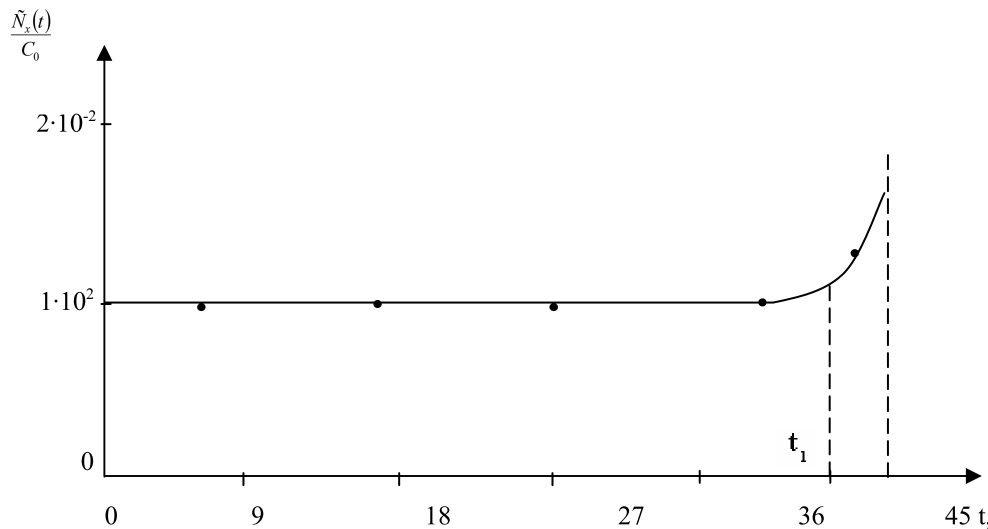
(8) və (17)-ni birləşdirsək, xəlitənin bütün uzunluğu boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanununu almış olarıq:

$$C_x(t)=\begin{cases}C_0\left(\frac{\ell}{kL}\right)^{k-1}\left\{\left(\frac{k\upsilon t}{\ell}\right)^k+k\exp\left(-\frac{k\upsilon t}{\ell}\right)\right\} & 0\le t\le= t_1\\ C_0k\left\{\left(\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)^k+k\exp\left(-\frac{k\upsilon t_1}{\ell}\right)\right\}\cdot\left(\frac{k\ell}{L-\upsilon t}\right)^{1-k} & t_1\le t\le t_2\end{cases} \tag{18}$$

$Ge-In$ sistemi üçün ($k=0{,}001$) bu cür hazırlanmış xəlitə boyunca (18)-dən $\frac{C_x(t)}{C_0}$ nisbətinin t-dən asılılığı (yəni xəlitə boyunca indiumun konsentrasiyasının nisbi paylanması) şəkil 2-də və cədvəl 2-də göstərilmişdir.



Şək. 1. $f_2(y)=\exp y$ funksiyasının qrafiki.



Şək. 2. *İn* -un xəlitə boyunca paylanma qanunu.

Cədvəl 2

Xəlitə boyunca *In* -un nisbi konsentrasiyasının (18)-dən və təcrübədən alınan dəyişməsi

t *saat*	$\frac{C_x(t)}{C_0}$	*t* *saat*	$\frac{C_x(t)}{C_0}$
0	0,01	25,0	0,01
2,5	0,01	27,5	0,01
5,0	0,01	30,0	0,01
7,5	0,01	32,5	0,01
10,0	0,01	35,0	0,01
12,5	0,01	37,5	0,01
15,0	0,01	40,0	0,01
17,5	0,01	42,5	0,01
20,0	0,01	45,0	0,01
22,5	0,01	47,5	0,02

Şəkildə nöqtələr «germanium-indium» sistemi üçün düzəldilmiş xəlitədən təcrübədən alınmış qiymətləri ifadə edir. İndium konsentrasiyası xəlitədən düzəldilmiş paralelopiped şəkilli nümunələr üzərində Holl əmsalının hesablanması üzrə aparılan təcrübədən tapılmışdır.

Şəkil 2-dən aydın olur ki, bu cür hazırlanmış xəlitə sabit tərkibli binar bərk məhlulların monokristallarını almaq üçün olduqca yararlıdır. Xəlitənin son $\ell = 10mm$ uzunluğunda ikinci komponentin konsentrasiyasının kəskin artması prosesə heç bir maneçilik törətmir, çünki xəlitənin bu hissəsi qidalandırıcının tutqaca bərkidilməsi üçün istifadə edilir və ərintinin qidalandırılmasında iştirak etmir (istifadəsiz qalır). Bununla belə, lazım gəldikdə əridilmiş zonanın enini kifayət qədər böyük götürməklə xəlitənin bu hissəsinin bir qismini sərf etməklə varizonalı quruluşların istehsalı üçün yararlı olan monokristal yetişdirmək mümkündür.

ƏDƏBİYYAT

1. Tahirov V.İ., Qəhrəmanov N.F., Quliyev Ə.F. və b. "Binar bərk məhlulların müxtəlif tərkib paylanmalı qidalandırıcı xəlitələrinin alınma üsulu". BDU "Elmi Xəbərlər", 2008, №2, s. 120-129.
2. Медведев С.А. Введение в технологию полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1970, 477 с.

СОЗДАНИЕ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ РАСПЛАВЛЕННОЙ ЗОНЫ В КОНЦЕ ИСХОДНОГО СЛИТКА, КОГДА КОЭФФИЦИЕНТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЕНЬШЕ ЕДИНИЦЫ

В.И.ТАГИРОВ, А.Ф.ГУЛИЕВ, С.С.ЛЯТИФОВА, Н.Ф.ГАХРАМАНОВ

РЕЗЮМЕ

В случае, когда коэффициент распределения (к) меньше единицы, имеется два варианта создания первичной расплавленной зоны в исходном слитке. В настоящей работе рассматривается создание расплавленной зоны в конце исходного слитка. Процесс осуществляется в двух разных режимах кристаллизации. Поэтому для определения распределения состава вдоль слитка уравнение непрерывности решается при двух различных начальных условиях, а затем эти решения объединяются. Результаты применены к бинарной системе $\mathrm{Ge-In}$. Распределение состава в основной части слитка остается постоянным и его можно использовать в качестве подпитывающего слитка.

CHOOSING THE FIRST MELTED ZONE IN THE END OF THE INITIAL BINARY ALLOY WHEN THE DISTRIBUTION COEFFICIENT IS LESS THAN UNIT

V.I.TAHIROV, A.F.GULIYEV, S.S.LATIFOVA, N.F.GAHRAMANOV

SUMMARY

When the distribution coefficient (k) is less than unit, there are two cases of choosing the first melted zone in the initial alloy. Here, we consider the case when the first melted zone is choosen at the end of the initial alloy. The process has two stages of crystallization. Thefore, to find the content distribution, we solve the continuity equation for two different initial conditions and then unite them. The results have been applied to $\mathrm{Ge-In}$ (k=0,001) system. The content distribution in most parts of the alloy is constant and can be used as feeding alloy.